# *Uke 11,*
# *Forelesning 2*





***Sortering:***

Sammenligning-baserte:
Baserer seg på sammenligning av elemntene i a[ ]

Eksempler:
Instikk, boble, utplukk
Alle tar kvadratisk tid


## TEMA: Sortering

*Fortsetter med sortering…*



## To klasser av sorteringsalgoritmer

- Sammenligning-baserte:
  Baserer seg på sammenligning av elemntene i a[ ]
  - Instikk, boble, utplukk
  - Merge, Heap, Shell, Tree
  - Quicksort
- Verdi-baserte :
  Direkte plassering basert på verdien av hvert element – ingen sammenligninger med nabo-elementer e.l.
  - Bøtte
  - Radix
  - PSort

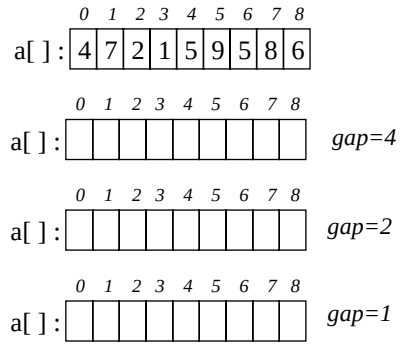
## Shellsort

```
void ShellSort(int [] a)
  {
    for (int gap = a.length/2 ; gap > 0 ; gap =gap/2)
      for (int i = gap ; i < a.length ;  i++)
           if (a[i] < a[i-gap] ) {
               int tmp = a[i],
                  j = i;
                  do {
                      a[j] = a[j-gap];
                      j = j- gap;
                  }  while (j >= gap && a[j-gap] > tmp);

                   a[j] = tmp;
           }

} // end ShellSort
```

***Ide**: Gjør essensielt innstikksortering langs a[i], a[i-gap] a[i-2gap] ...*
*for gap = n/2, n/4,..,1 og i = gap, gap+1 ,..,n-1. Dvs. alle sekvenser i a[] av lengde ..n/2, n/4, ...,2* ***og til sist 1***






## Analyse av Shellsort

- Hvorfor virker den – hvorfor sorterer den ?
  - Fordi når gap = 1 er dette innstikksortering av arrayen
- Hvorfor er dette vanligvis raskere enn innstikksortering
  - Fordi vi på en 'billig' måte har nesten sortert a[ ] før siste gjennomgang med gap=1, og når a[ ] er delvis sortert, blir innstiksortering meget rask.
- Worst case, som innstikk $O(n^2)$
- Mye raskere med andre, **lure** valg av verdier for 'gap' $O(n^{3/2})$ eller bedre
  Velger primtall i stigende rekkefølge som er minst dobbelt så store som forgjengeren + n/(på de samme primtallene):
  (1,2,5,11,23...., n/23, n/11, n/5, n/2)
- Meget lett å lage sekvenser **som er betydelig langsommere** enn Shells originale valg, f.eks bare primtallene
- Husk: En slik sekvens begynner på 1

## Shell2 – en annensekvens for gap

```
void Shell2Sort(int [] a)
  {  int [] gapVal  = {1,2,5,11,23, 47, 101, 291, n/291, n/101,n/47,n/23,n/11,n/5,n/2 };
           int gap ;

    for (int gapInd = gapVal.length -1; gapInd >= 0; gapInd --) {
                        gap = gapVal[gapInd];
                        for (int i = gap ; i < a.length ; i++)
                                if (a[i] < a[i-gap] ) {
                                        int tmp = a[i],
                                                j = i;
                                        do
                                        {  a[j] = a[j-gap];
                                                j = j- gap;
                                        }  while (j >= gap && a[j-gap] > tmp);

                                        a[j] = tmp;
                                }
          }
  } // end
```



tider i millisek
Shell = originale 'gap' = 1,2,  ,n/8, n/4, n/2–
Shell2  med 'gap'= 1,2,5,11,..n/11, n/5, n/2

**Lengde av a: 100 000**
**Heap - sort = 209**
**Shell-sort = 253**
**Shell 2 -sort = 185**
**Tree - sort = 189**

**Lengde av a:1048576 = 2 ** 20**
**Heap - sort = 3 235**
**Shell-sort = 33 281 !!**
**Shell 2 -sort = 2 938**
**Tree - sort = 3 078**

**Lengde av a: 1 000 000**
**Heap - sort = 3 079**
**Shell-sort = 4 032**
**Shell 2 -sort = 2 750**
**Tree - sort = 2 875**

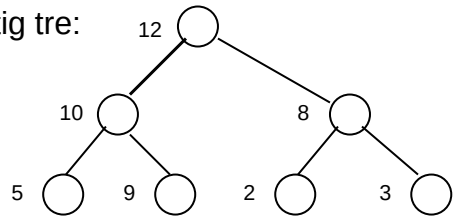
Lengde av a: 8 192 = 2**13
Heap - sort = 13
Shell-sort = 22
Shell 2 -sort = 11
Tree - sort = 11

## Rotrettet tre

Ide for Heap &Tre sortering – rotrettet tre i arrayen:

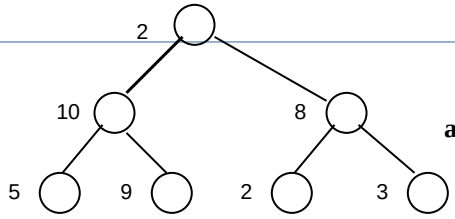
- Rota er største element i treet (også i rota i alle subtrær – rekursivt)
- Det er ingen ordning mellom vsub og hsub (hvem som er størst)
- Vi betrakter innholdet av en array a[0:n-1] slik at vsub og hsub til element 'i' er i: '2i+1' og '2i+2' (Hvis vi ikke går ut over arrayen)

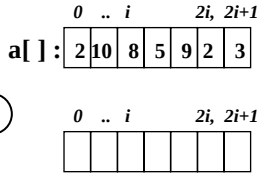
Eks på riktig tre:



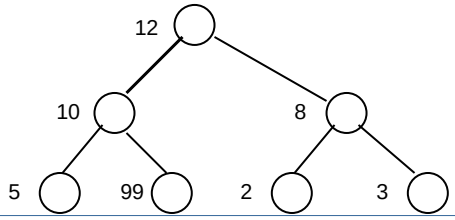


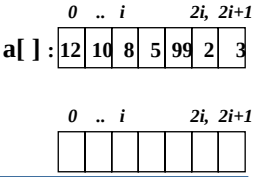

Feil i rota, '2' er ikke størst:




Feil i bladnode, '99 ' er større enn sin rot:



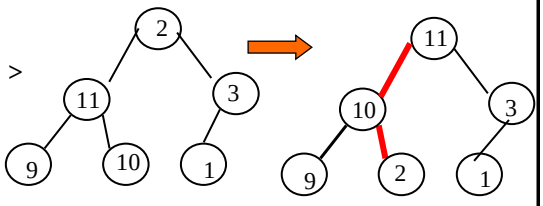



## Hjelpemetode 1 – roten i et (sub)tre muligens feil :

```
static void dyttNed (int i, int
n)
 // Rota er (muligens)
feilplassert – dytt gammel
nedover
//  få ny, større oppover
 { int j = 2*i+1, temp = a[i];

    while(j <= n )
    {  if ( j < n && a[j+1] >
a[j] )  j++;
       if (a[j] > temp)
       { a[i] = a[j]; i = j;
j=j*2+1;}
        else break;
    }
    a[i] = temp;
 }
```

*Før:* *dyttNed (0, 5)* *Etter:*




a

| 2 | 11 | 3 | 9 | 10 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* |

a

| 11 | 10 | 3 | 9 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* |



## Eksekveringstider for dyttNed

```
static void dyttNed (int i, int n)
 { int j = 2*i+1, temp = a[i];

    while(j <= n )
    {  if ( j < n && a[j+1] > a[j] )  j++;
       if (a[j] > temp)
       { a[i] = a[j]; i = j;  j = j*2+1;}
        else break;
    }
    a[i] = temp;
 }
```

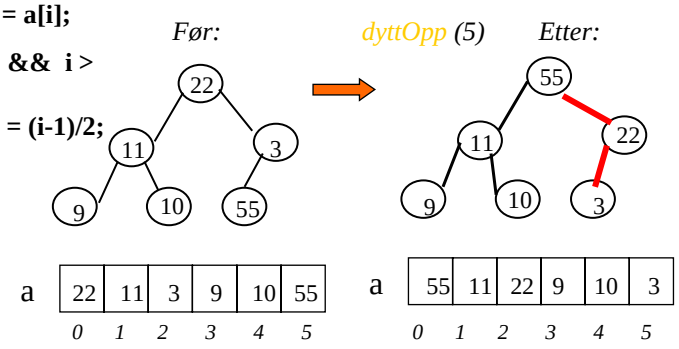
Vi ser at metoden starter på subtreet med rot i  a[i] og i verste tilfelle må flytte det elementet helt til ned til en bladnode –  ca. til a[n]

Avstanden er (n-i) i arrayen og hver gang **dobler**  vi  j inntil j <= n:
dvs. while-løkka går  maks. log(n-i) ganger = **O(log n)**
( dette er det samme som at høyden i et binærtre er log(n))

```
static void dyttOpp (int i)
// Bladnoden på plass i er
(muligens) feilplassert
// dytt den oppover mot rota
til hele treet
{ int j = (i-1)/2, temp = a[i];

   while( temp  > a[j] &&  i >
0 )
   { a[i] = a[j]; i = j; j = (i-1)/2;
}

   a[i] = temp;
 }
```






# Eksekveringstider for dyttOpp

```
static void dyttOpp (int i)
// Bladnoden på plass i er (muligens)
feilplassert
// dytt den oppover mot rota til hele treet
{ int j = (i-1)/2, temp = a[i];

   while( temp  > a[j] &&  i > 0 )
   { a[i] = a[j]; i = j; j = (i-1)/2; }

   a[i] = temp;
 }
```

Vi ser at metoden starter på det treet med rot i  a[0] som går til og med a[i],  og i verste må flytte gamle a[i] helt opp til rota a[0]. Avstanden er 'i+1' i arrayen og hver gang **halverer**  vi  i inntil i verste fall i = 0; dvs. while-løkka går  maks. log(i+1) ganger = **O(log n)** fordi  'i' maksimalt er lik 'n' og gjennomsnitlig 'n/2'
( dette er også samme som at høyden i et binærtre er log(n))

## Ideen bak Tre & Heap-sortering

- Tre – sortering:
  - Vi starter med røttene, i først de minste subtrærne, og dytter de ned (får evt, ny større rotverdi oppover)
- Heap-sortering:
  - Vi starter med bladnodene, og lar de stige oppover i sitt (sub)-tre, hvis de er større enn rota.
- Felles:
  - Etter denne første ordningen, er nå største element i a[0]



## Tre sortering

```
void dyttNed (int i, int n) {
  // Rota er (muligens) feilplassert
 //  Dytt gammel nedover
 //  få ny større oppover
 int j = 2*i+1, temp = a[i];
   while(j <= n )
   {  if ( j < n && a[j+1] > a[j] ) j++;
       if (a[j] > temp) {
            a[i] = a[j];
             i = j;
            j = j*2+1;
       }
        else break;
   }
   a[i] = temp;
 } // end dyttNed
```

```
void treeSort( int [] a)
 { int n = a.length-1;
   for (int k = n/2 ; k > 0 ; k--)  dyttNed(k,n);
   for (int k = n ; k > 0 ; k--) {
        dyttNed(0,k); bytt (0,k);
   }
 }
```

***Ide**: Vi har et binært ordningstre i a[0..k] med største i rota.*
*Ordne først alle subtrær..Få største element opp i a[0]*
*og Bytt det med det k'te elementet (k= n, n-1,.. )*

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a[ ] : | 4 | 7 | 2 | 1 | 5 | 9 | 5 | 8 | 6 |

## analyse av tree-sortering

- Den store begrunnelsen: Vi jobber med binære trær, og 'innsetter' i prinsippet n verdier, alle med vei log $_2$ n til rota = O(n log n)
  - Først ordner vi n/2 subtrær med gjennomstitshøyde = (log n) / 2 = n*logn/4
  - Så setter vi inn en ny node 'n' ganger i toppen av det treet som er i a[0..k], k = n, n-1,..,2,1
    I snitt er høyden på dette treet (nesten) log n –
    dvs n logn
  - Summen er klart O(n logn)



## Heap-sortering.

```
void dyttOpp(int i)
  // Bladnoden på plass i er
  // (muligens) feilplassert
  // Dytt den oppover mot rota
  { int j = (i-1) / 2,
        temp = a[i];

   while( temp  > a[j] && i > 0 ) {
       a[i] = a[j];
       i = j;
       j = (i-1)/2;
   }
   a[i] = temp;
} // end dytt Opp
```

```
void heapSort( int [] a) {
     int n = a.length -1;

     for (int k = 1; k <= n ; k++)
        dyttOpp(k);

     bytt(0,n);

      for (int k = n-1; k > 0 ; k--) {
            dyttNed(0,k);
             bytt (0,k);
       }
 }
```

## analyse av Heap -sortering

- Som Tre-sortering: Vi jobber med binære trær (hauger) , og 'innsetter' i prinsippet n verdier, alle med vei log $_2$ til rota = O(n log n)



## Flette - sortering (merge)

Velegnet for sortering av filer.

Generell idé:

1. Vi har to sorterte sekvenser A og B (f.eks på hver sin fil)
2. Vi ønsker å få en stor sortert fil C av de to.
3. Vi leser da det minste elementet på 'toppen av' A eller B og skriver det ut til C, ut-fila
4. Forsett med pkt. 3. til vi er ferdig med alt.

I praksis skal det meget store filer til, før du bruker flette-sortering. 1024 MB intern hukommelse er i dag meget billig (noen får tusen kroner). Før vi begynner å flette, vil vi sortere filene stykkevis med f.eks Radix, Kvikk- eller Bøtte-sortering

## skisse av Flette-kode

```
Algoritme  fletteSort ( innFil A, innFil B, utFil C)
{
  a = A.first;
  b = B. first;

  while ( a!= null && b != null)
     if ( a < b) { C.write (a); a = A.first;}
    else          {  C.wite (b); b = B.first;}

  while (a!= null)  { C.write (a); a = A.first;}

  while ( b!= null) {  C.write (b); b = B.first;}

}
```

**VIKTIG: Se på analysen i boken deres.**



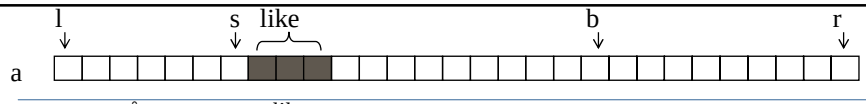
## Quicksort – generell idé

1. Finn ett element i (den delen av) arrayen du skal sortere som er omtrent 'middels stort' blant disse elementene – kall det 'part'

2. Del opp arrayen i tre deler og flytt elementer slik at:
   *a)* *små* - de som er mindre enn 'part' er til venstre
   *b)* *like* - de som har samme verdi som 'part' er i midten
   *c)* *store* - de som er større, til høyre

*små* *like* *store*

3. Gjennta pkt. 1 og 2 rekursivt for de *små* og *store* områdene hver for seg inntil lengden av dem er < 2, og dermed sortert.



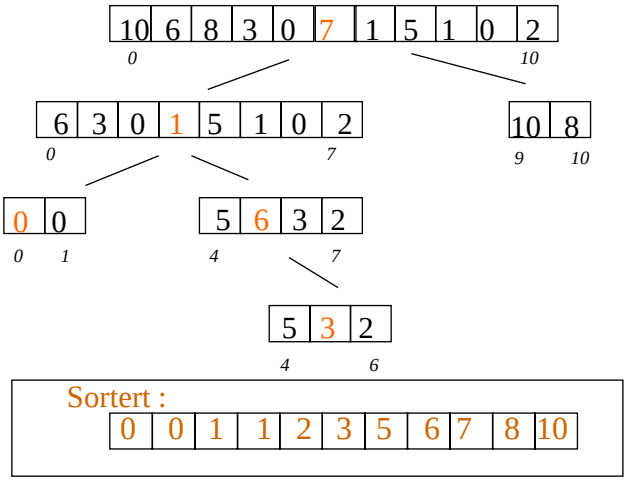

*små* *like* *store* *usett*

```
void  quickSort ( int [] a, int l, int r)
{ int s = l-1, like = 0, ind;
  int t, part = a[(l+r)/2];

 for ( int b = l; b <= r; b++)
   if ( a[b] = = part )
   {   like++;              // bytt om den venstre store
       t = a[s+like];       // og den nye (a[b])
      a[s+like] = a[b];
      a[b] = t;
   } else
   if (a[b] < part) {
      s++;                 // bytt om syklisk den venstre
       ind = s+like;       // store , den venstre like og
       t = a[b];           // den nye a [b]
       a[b] = a[ind];
       a[ind]= a[s];
       a[s] = t;
    }
  if ( l < s )             quickSort (a,l,s);
  if ( s+1+like < r )  quickSort (a,s+1+like,r);
}
```



## QuickSort - eksempel



## Quicksort i praksis I

- Bruker en annen implementasjon enn den som er vist tidligere ( med færre ombyttinger)
- Kaller 'innstikkSort' når lengden av det som skal sorteres er mindre enn ca. 10

  En slik QuickSort går ca dobbelt så fort som den som er demonstrert tidligere (men vanskelig å få riktig):

```
void  quickSort ( int [] a,int l,int r)
 { int i=l, j=r;
   int t, part = a[(l+r)/2];

    while ( i <= j)
    { while (a[i] < part ) i++;
      while (part < a[j] ) j--;

      if (i <= j)
      {   t    = a[j];
          a[j]= a[i];
          a[i]= t;
          i++;
          j--;
      }
    }
```

```
if ( l < j ) {
      if ( j-l < 10) innstikkSort (a,l,j);
                  else quicksort (a,l,j);}
     if ( i < r ) {
            if ( r-i < 10) innstikkSort (a,i,r);
             else quicksort (a,i,r); }
   }

} // end quickSort
```



## Quicksort i praksis II

- Valg av pertisjoneringselement 'part' er vesentlig
- Bokas versjon av Quicksort OK, men flytter partisjonerings elementet ut på sidelinje, og tar ikke høyde for flere like elementer
- Velger derfor ofte medianen (det midterste i verdi) av:
  - det første
  - det midterste
  - det siste

  elementet i det området vi skal sortere

OBS: se på samme animasjoner av forskjelige algoritmer…
http://cs.smith.edu/~thiebaut/java/sort/demo.html
http://www.aerie soft.ru/Projects/SortAlg/